November 2005

Vor 375 Jahren gestorben JOHANNES KEPLER (27.12.1571 – 15.11.1630)

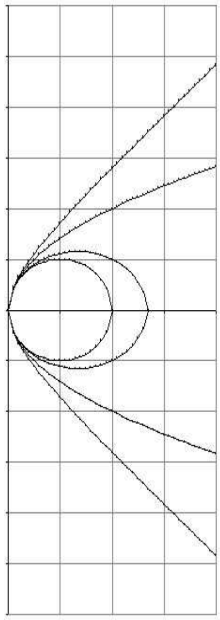
Obwohl JOHANNES KEPLER nur aus einfachen Verhältnissen stammte (der Vater war Söldner, die Mutter Tochter eines Gastwirts), konnte er eine Lateinschule in Leonberg sowie Klosterschulen in Adelberg und Maulbronn besuchen; mit 18 Jahren studierte er Evangelische Theologie an der Universität Tübingen. Zur damaligen Zeit waren Mathematik und Astronomie Bestandteil des Theologiestudiums; so kam es, dass er durch seinen Mathematiklehrer MICHAEL MAESTLIN vom neuen Weltbild des Domherrn NIKOLAUS KOPERNIKUS erfuhr.

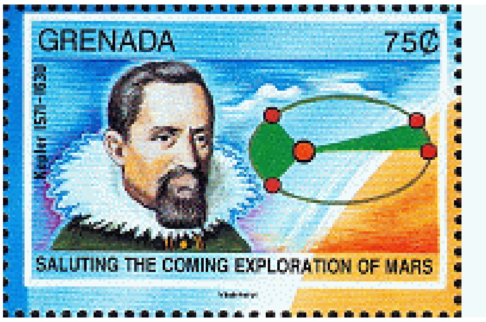
Wegen seiner nicht immer konformen Ansichten hatte er keine Chance auf eine Universitätslaufbahn in Tübingen (orthodoxe Lutheraner). So wechselte er mit 23 Jahren als Lehrer für Mathematik und Moral an die evangelische Stiftsschule in Graz; nebenher erstellte er astrologische Prognosen. Berühmt wurde er, als er einen kalten Winter und den Einfall türkischer Heere zufällig richtig vorhersagte. Diese Berühmtheit trug 1596 dazu bei, dass auch seine Schrift „Mysterium Cosmographicum" (Das Weltgeheimnis) erscheinen konnte; darin beschrieb er die Sonne im Zentrum eines Systems mit fünf Planeten, die wie die fünf platonischen Körper ineinander geschachtelt sind (vgl. ungarische Briefmarke).

Wegen seiner Zugehörigkeit zum Protestantismus wurde er 1600 aus dem katholischen Graz vertrieben, konnte aber als Assistent des Astronomen TYCHO BRAHE in Prag arbeiten; nach dessen Tod wurde er sein Nachfolger als kaiserlicher Hof-Mathematiker.

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Aus den Beobachtungsdaten von Brahe folgerte er, dass sich der Mars auf einer elliptischen Bahn um die Sonne bewegt. Aus der Beschäftigung mit den Planetenbahnen entwickelte er die Kegelschnittlehre des Apollonios von Perge (260 – 190 v. Chr.) weiter und beschrieb als Erster die Kegelschnitte mithilfe von Brennpunktsgleichungen. Auch erkannte er, dass sich Parabeln als Grenzfälle von Ellipse und Hyperbel auffassen lassen. 1609 veröffentlichte er in seiner „Astronomia nova" (Neue Astronomie) die ersten beiden astronomischen Gesetze, die seinen Namen tragen; zehn Jahre später ergänzte er sie in der „Harmonices mundi" (Weltharmonie) um ein 3. Gesetz. Wichtig für die Entwicklung der Physik war seine Hypothese, dass die von der Sonne ausgeübte „Kraft" Ursache der Planetenbewegung ist.





1. Die Planeten bewegen sich auf ellipsenförmigen Bahnen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

2. Die Verbindungsstrecke zwischen Sonne und Planet überstreicht in gleichen Zeitabschnitten gleich große Flächen.

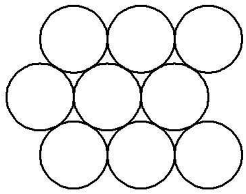
3. Die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten sind proportional zu den dritten Potenzen der mittleren Entfernung zur Sonne.

1611 musste Kepler erneut aus religiösen Gründen umziehen: Von Linz aus kartographierte er Oberösterreich, verfasste ein Buch über die Geometrie der Optik („Dioptrice"); dabei gelang es ihm zu erklären, wie der Strahlengang in optischen Geräten verläuft, außerdem verbesserte er das 1610 von Galilei entwickelte Fernrohr.

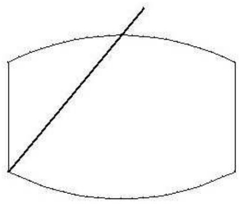
Bereits 1601 hatte er damit begonnen, ein umfassendes astronomisches Tafelwerk zu erstellen, aus dem man zu jedem Zeitpunkt die Position der Sonne, des Mondes, der Planeten sowie die von über 1000 Sternen ablesen konnte (außerdem die Zeitpunkte der Sonnen- und Mondfinsternisse). Als John Napier 1614 die Logarithmen erfunden hatte, erkannte er sofort, dass hiermit die aufwändigen Berechnungen beschleunigt werden konnten; er verfasste eine Anleitung zum logarithmischen Rechnen, die wesentlich zur schnellen Verbreitung dieser Rechenmethode beitrug. Die 1627 erschienenen „Rudolphinischen Tafeln" widmete er dem damaligen deutschen Kaiser, Rudolf II; über 200 Jahre blieben sie wichtige Grundlage für Berechnungen in der Astronomie.

1626 musste er – da er nicht zum katholischen Glauben übertreten wollte - auch aus Linz wegziehen. Er nahm eine Stelle als Mathematiker bei Fürst Wallenstein an, jenem berühmten Feldherrn des 30jährigen Krieges. Auf einer Reise, bei der er versuchte, ausstehende Honorare einzutreiben, erkrankte er und starb in Regensburg.

KEPLER war ein tief religiöser Mensch, der in der Beschäftigung mit mathematischen Problemen die Aufgabe sah, Gottes Schöpfung zu verstehen. Seine Beiträge zur Mathematik beschränken sich jedoch nicht nur auf die neuartige Behandlung der Kegelschnitte und die logarithmischen Rechnungen. Er entdeckte die symmetrische Form der Schneekristalle sowie zwei bis dahin unbekannte Polyeder, die dadurch entstehen, dass 5-seitige Pyramiden auf ein Dodekaeder bzw. bzw. 3-seitige auf ein Ikosaeder aufgesetzt werden; deren Spitzen selbst bilden umgekehrt ein Ikosaeder bzw. ein Dodekaeder.

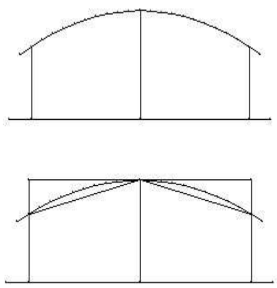


Weiter untersuchte er die Frage, wie man Kugeln stapeln muss, damit sie möglichst dicht liegen. KEPLER vermutete: Man legt die erste Schicht Kugeln so wie abgebildet aneinander; bei der nächsten Schicht werden die Kugeln in die entstandenen Vertiefungen gelegt – dabei bleibt jede zweite Vertiefung leer. Dass diese so genannte Hexagonalpackung tatsächlich die dichteste Kugelpackung darstellt, konnte Jahrhunderte lang nicht bewiesen werden; ob dem Amerikaner THOMAS HALES 1998 der Beweis gelungen ist, ist bis heute noch nicht geklärt.



KEPLER entwickelte auch ein Verfahren zur näherungsweisen Bestimmung des Volumens von Fässern und von vielen anderen Rotationskörpern („Nova stereometria doliorum vinariorum" - Neue Stereometrie der Weinfässer). Anlass für die Beschäftigung mit diesen umfangreichen Untersuchungen war eine ärgerliche Beobachtung beim Einkauf von Weinfässern für seine Hochzeitsfeier: Die Weinhändler bestimmten den Inhalt der Fässer dadurch, dass sie einen Stab durch das Spundloch einführten und die Länge x bis zu den Rändern der Böden bestimmten – egal, wie die Fässer geformt waren. (Volumen gemäß dieser Visiermethode: $V \approx 0{,}6 \cdot x^3$)

Die heute unter dem Namen KEPLERsche Fassregel bekannte Formel gibt allerdings nicht das Volumen des Rotationskörpers an, sondern den Flächeninhalt eines krummlinig begrenzten Flächenstücks auf dem Intervall [a;b], dessen Form durch einen Parabelbogen approximiert wird: $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{6} \cdot [f(a) + 4 \cdot f(\frac{a+b}{2}) + f(b)] = \frac{1}{3}(2S+T)$



wobei S der Flächeninhalt der beiden Sekantenvierecke und T der des Tangentenvierecks ist. Lässt man die Trapeze und das Tangentenviereck um die X-Achse rotieren, dann entstehen zwei aneinander liegende Kegelstümpfe sowie ein Zylinder. Gewichtet man deren Volumina ebenfalls wie 2:1, dann ergibt sich eine Näherungsformel zur Berechnung eines Fassvolumens:

$$V \approx \frac{b-a}{9} \cdot \pi \cdot [f^2(a) + 5 \cdot f^2(\frac{a+b}{2}) + f^2(b) + (f(a) + f(b)) \cdot f(\frac{a+b}{2})]$$