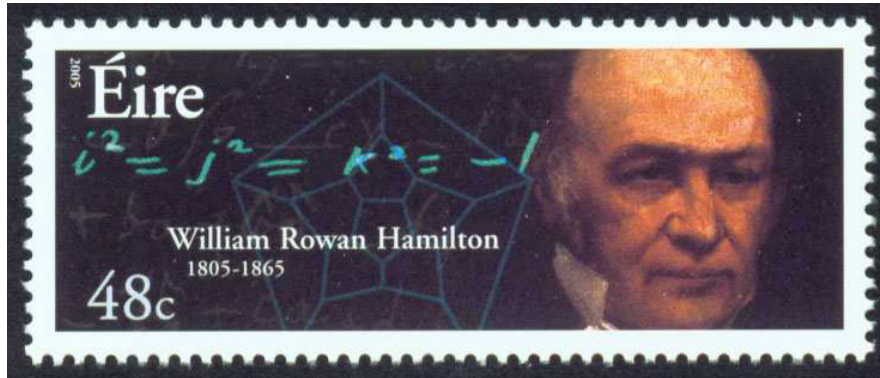


September 2005

Vor 140 Jahren starb **WILLIAM R. HAMILTON** (04.08.1805 - 02.09.1865)



WILLIAM ROWAN HAMILTON wuchs als Sohn eines Anwalts in Dublin auf. Bereits im Alter von 5 Jahren lernte er Latein, Griechisch und Hebräisch; später kamen andere Sprachen wie Deutsch, Persisch und Arabisch hinzu. Erst im Alter von 12 Jahren begann er, sich für Mathematik zu interessieren, las mit 13 Jahren bereits EUKLIDS Werke in Latein und die „Elements d' Algèbre“ von ALEXIS-CLAUDE CLAIRAUT in französischer Sprache. Mit 15 beschäftigte er sich mit den Werken von ISAAC NEWTON (1643 - 1727) und PIERRE SIMON LAPLACE (1749 - 1827), mit 17 Jahren entdeckte er einen Fehler in der LAPLACESchen „Himmelsmechanik“ (Mécannique céleste), was den bedeutenden irischen Astronomen JOHN BRINKLEY zu folgender Aussage veranlasste:

„This young man, I do not say will be, but is, the first mathematician of his age.“

Mit 18 Jahren trat er in das Trinity College in Dublin ein; seine erste Veröffentlichung bei der Royal Irish Academy folgte ein Jahr später, seine ersten bahnbrechenden Untersuchungen zur Optik im Jahr 1826. Im Rahmen der Zwischenprüfungen an der Universität forderte ihn einer seiner Prüfer auf, sich um eine frei gewordene Professur in Astronomie zu bewerben. Obwohl er sich nicht sonderlich für dieses Gebiet interessierte, konnte er sich gegen Konkurrenten durchsetzen und wurde zum „Royal Astronomer of Irland“ ernannt. Er verfasste jedoch bis zu seinem Lebensende nur eine einzige wissenschaftliche Arbeit in diesem Gebiet (zur Mondtheorie).

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

Seine Beiträge zur Physik entwickelten die Lehre der theoretischen Mechanik und der Optik maßgeblich weiter; seine Beiträge zur Mechanik werden in der Literatur gelegentlich den Leistungen NEWTONS gleich gestellt; sie gehören zu den Grundlagen der Quantenphysik. Als wissenschaftliche Sensation galt seine theoretische Vorhersage eines Phänomens bei der Lichtbrechung an zweiachsigen Kristallen, was kurze Zeit später experimentell bestätigt werden konnte. 1835 wurde HAMILTON für seine wissenschaftlichen Leistungen geadelt (SIR HAMILTON); kurz vor seinem Tode ernannte ihn die National Academy of Sciences of the USA zum ersten ausländischen Mitglied.

HAMILTON beschäftigte sich auch - in Anlehnung an IMMANUEL KANT - mit den philosophischen Grundlagen der Mathematik, der Intuition des Raums als Grundlage der Geometrie, der Intuition der Zeit als Grundlage für den exakten Aufbau der Algebra. Der Dichter WILLIAM WORDSWORTH, mit dem er regelmäßig über Dichtung korrespondierte, versuchte ihn vergeblich davon zu überzeugen, dass HAMILTONS Gedichte weniger gelungen seien als seine mathematischen und physikalischen Abhandlungen.

Auch wenn HAMILTON vielleicht einer der größten Wissenschaftler des 19. Jahrhunderts war, verlief doch sein Privatleben nicht immer glücklich. Seine Ehe, aus der drei



Kinder hervorgingen, scheiterte - vermutlich auch, weil er sich mit 19 Jahren unsterblich in eine Frau verliebt hatte, die er zu diesem Zeitpunkt nicht heiraten konnte; später suchte er immer wieder Kontakt zu ihr, als diese jedoch längst anderweitig verheiratet war. Seine wissenschaftliche Tätigkeit litt oft unter seinen Phasen der Depression und seiner Alkoholabhängigkeit. Kurz vor seinem Tode schenkte er der angebeteten Frau ein Exemplar seines 800 Seiten umfassenden, dennoch nicht ganz vollendeten mathematischen Hauptwerks, den „Elements of Quaternions“.

Diese Quaternionen (lateinisch, wörtlich: „Vierzahl“) entdeckte HAMILTON im Jahr 1843. Zuvor, im Jahr 1832, hatte er erkannt, dass sich komplexe Zahlen $a + b \cdot i$ auch als Zahlenpaare $(a ; b)$ notieren lassen, also als Objekte im 2-dimensionalen Raum aufgefasst werden können. Für diese 2-dimensionalen Objekte kann man eine „Addition“ und eine „Multiplikation“ wie folgt definieren:

$$(a + b \cdot i) + (c + d \cdot i) = (a+c) + (b+d) \cdot i \qquad (a ; b) + (c ; d) = (a+c ; b+d)$$

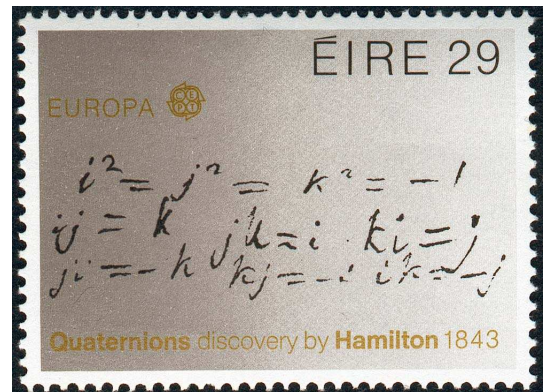
$$(a + b \cdot i) \times (c + d \cdot i) = (ac-bd) + (ad+bc) \cdot i \qquad (a ; b) \times (c ; d) = (ac-bd ; ad+bc)$$

Die Menge der komplexen Zahlen ist bzgl. der beiden Operationen abgeschlossen, d. h. die Verknüpfungen führen nicht aus der Menge heraus, und es gelten die Assoziativ- und Kommutativgesetze bzgl. beider Operationen sowie das Distributivgesetz. Weiter existieren neutrale Elemente bzgl. beider Verknüpfungen und zu jedem Element (ungleich null) existiert jeweils ein inverses Element.

Geht man von der Beziehung $i^2 = -1$ aus, dann erscheint die Definition der Multiplikation plausibel. Auch die „Länge“ von $(a ; b)$ lässt sich als $\sqrt{a^2 + b^2}$ definieren - nichts anderes als sich aus dem Satz von PYTHAGORAS in der Ebene ergibt.

HAMILTON beschäftigte sich intensiv mit der Frage, ob man auch im 3-dimensionalen ähnliche Operationen definieren kann. Egal, welchen Ansatz er für eine „Multiplikation“ von Zahlentripeln $(a;b;c)$ wählte, sie führte zum Widerspruch. (1898 bewies HURWITZ, dass solche Verknüpfungen nur für die Dimensionen 1, 2, 4, 8 möglich sind.)

Bei der Beschäftigung mit 4-dimensionalen Objekten $(a;b;c;d)$, die auch als Zahlen der Form $q = a+b\cdot i+c\cdot j+d\cdot k$ geschrieben werden können, kam ihm auf einem Spaziergang im Jahr 1843 die entscheidende Idee: Wenn zwischen den Größen i, j und k die Beziehung $i\cdot j = k$ gilt und für das Produkt keine Kommutativität gefordert wird, dann ist die Definition einer Multiplikation möglich:



$$(a + b\cdot i + c\cdot j + d\cdot k) \times (e + f\cdot i + g\cdot j + h\cdot k)$$

$$= (ae-bf-cg-dh) + (af+be+ch-dg)\cdot i + (ag+ce+df-bh)\cdot j + (ah+de+bg-cf)\cdot k$$

Die Addition wird ähnlich wie bei den komplexen Zahlen definiert:

$$(a + b\cdot i + c\cdot j + d\cdot k) + (e + f\cdot i + g\cdot j + h\cdot k) = (a+e) + (b+f)\cdot i + (c+g)\cdot j + (d+h)\cdot k$$

Zwischen i, j, k gelten die Beziehungen: $i^2 = j^2 = k^2 = i\cdot j\cdot k = -1, i\cdot j = k = -j\cdot i$.

Die Quaternionen, auch hyperkomplexe Zahlen genannt, stellen mehr als eine algebraische Spielerei dar; mit ihnen eröffnete HAMILTON ein neues mathematisches Forschungsgebiet, die Vektoralgebra. ARTHUR CAYLEY entdeckte z. B., dass die Multiplikation von Quaternionen als Drehung von Vektoren im Raum aufgefasst werden können.

Mit dem Namen HAMILTON verbindet man auch ein weiteres mathematisches Gebiet, nämlich die Graphentheorie. Von ihm wurde ein „Spiel“ in die Welt gesetzt:

- Wie viele geschlossene Wege gibt es längs der Kanten eines regulären Dodekaeders derart, dass jeder Eckpunkt genau einmal durchlaufen wird?

Die Abbildung zeigt, dass auf allen platonischen Körpern geschlossene HAMILTONSche Wege möglich sind (untere Bilder: ebene Projektionen der Körper). Solche Wege in beliebigen Netzen zu finden, ist i. A. mit großem Suchaufwand verbunden.

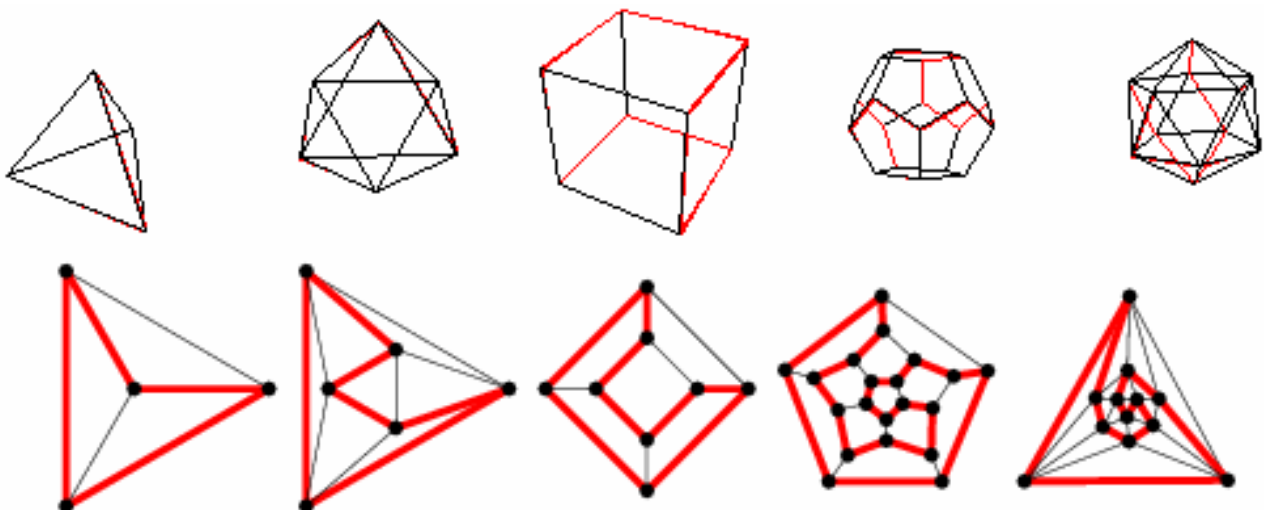


Abb. mathworld